

***SEGUNDA SESIÓN GENERAL***  
***SEMINARIO DE LA CÁTEDRA CTR***  
***Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI)***  
***Universidad Comillas***  
**20 de enero de 2006**

***Prof. Angel Sarabia***  
***Catedrático en la Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI)***

---

**I. Guión introductorio para el documento marco**

**II. Documento marco**

---

**I**

***El Universo, los universos físicos y los limbos  
matemáticos***

**[Guión introductorio para el documento marco]**

**El objeto de la conferencia y del debate**

En grandes líneas la formulación del problema escondido tras el título de la conferencia y la interpretación que hacemos es la siguiente.

El hombre ha perseguido desde su aparición dominar la naturaleza y alcanzar la plenitud de los dioses. En la consecución de este objetivo ha ido desarrollando a lo largo de los tiempos percepciones de la realidad, fruto de

su cultura, de la tecnología de la que disponía. y, muchas veces, de sus creencias religiosas. Una parte de esa realidad son los universos físicos que ha ido creando, auténticas cosmovisiones orientadas a conseguir su vieja aspiración.

Desde el comienzo también, el hombre ha pretendido cuantificar y medir el conocimiento que ha ido adquiriendo sobre la naturaleza, intentando reducirlo a breves y simples conceptos, unas veces de naturaleza numérica, otras geométricas. Son universos muchas veces simbólicos que pretenden adaptar la naturaleza a esa percepción. De ahí el nombre que se les da en esta ponencia de limbos matemáticos.

Estas dos aproximaciones a la realidad han interactuado desde el comienzo, prevaleciendo una línea sobre la otra, según que momento. Dos aproximaciones que, no importa en qué momento hayan sido elaborados, suponen una comprensión de la naturaleza y, en consecuencia, una comprensión del conocimiento acumulado sobre la misma. Pero hay un antes y un después de la figura de René. Descartes.

Los universos físicos anteriores a Descartes eran complejos de todo el Universo en todas sus facetas, no sólo de las meramente materiales. Después de Descartes, estos universos responden en su elaboración al cumplimiento de tres principios:

- Principio objetividad,
- Principio de inteligibilidad y
- Principio dialéctico,

que hacen del conocimiento científico una forma específica de conocimiento, diferente, pero no excluyente, de las otras dos grandes formas de conocimiento: el artístico y el religioso.

La validez de un universo físico está directamente ligada a su coherencia con el hecho natural observado y comprendido, es decir, su comprobación experimental, y alcanza una máxima validez cuando es susceptible de una formalización matemática. En este sentido, la coherencia conceptual de un universo o teoría física presupone la de un universo o teoría matemática que pueda formalizarla.

Las teorías matemáticas, por su parte, no exigen ningún tipo de coherencia con la naturaleza sino la conformidad y coherencia con un correcto, desde el punto de vista lógico, conjunto de axiomas. Pueden ser limbos matemáticos, teorías al margen de cualquier realidad natural. O al menos, así ha sucedido con muchos de ellos, parecerlo durante un tiempo hasta que sorprendentemente han permitido explicar algún aspecto de la naturaleza.

El método científico fruto del pensamiento cartesiano significó una ruptura de la unidad del conocimiento. El modelo newtoniano pareció que explicaba adecuadamente la mecánica del Universo, pero marginó otras muchas visiones del mismo. No deja, sin embargo, de llamar la atención que, desde el mismo instante en el que ese universo físico parece convertirse en el paradigma de la racionalidad y hasta nuestros días, desde la propia Física se ha buscado una teoría que, de nuevo, intente explicar el Universo en su totalidad o, al menos, no sea excluyente, sino compatible, con otros tipos de universos conceptuales.

Aquí se plantea la cuestión crucial. De forma natural, una comprensión plena del Universo, desde el punto de vista físico, requiere una teoría universal, única, una Teoría de Todo. Hasta ahora hay dos

grandes teorías cuasiunificadoras en la Física. Por una parte, la Teoría Cuántica de Campos que ofrece una visión unificada de tres de las cuatro fuerzas fundamentales que se encuentran en la Naturaleza: la fuerza electromagnética, la interacción nuclear débil y la interacción nuclear fuerte. De otra, la Teoría General de la Relatividad que da cumplida explicación de la otra fuerza, la gravitación. Son las teorías de lo pequeño y de lo grande, del microuniverso y del macrouniverso, del microscopio y del telescopio respectivamente.

El problema para conseguir una teoría unificada a partir de las dos anteriores, es que ambas teorías son incompatibles entre sí en sus formulaciones actuales. Pero este tipo de obstáculos no han sido nunca impedimento para que los físicos continúen en la búsqueda de su universo. Hay algunas propuestas de esa gran teoría unificadora, siendo sin duda la más conocida la llamada Teoría de las Cuerdas, que integra, en una formulación matemática abstrusa y complicada, las cuatro fuerzas.

La cuestión es si esa búsqueda tiene sentido en lo que a la consecución de su objetivo final se refiere, si con esa unificación se pretende explicar y predecir todo lo que sucede o sucederá en el Universo. A ello parecen oponerse no sólo los propios principios de incertidumbre de la Física, sino también el hecho de que si toda teoría física tiene que estar soportada por una teoría matemática, en orden a una efectiva capacidad predictiva, dicha teoría matemática debe ser también universal.

La dificultad es entonces que, de acuerdo con el teorema de indecibilidad de Gödel, en cualquier teoría matemática hay cuestiones sobre las cuales la teoría no puede establecer su veracidad o falsedad, por

lo que ninguna teoría física que se apoye en ellas puede tener el grado de universalidad deseado.

Por otro lado, ni la Teoría de las Cuerdas ni ninguno de los otros intentos de teorías unificadoras han conseguido la más mínima contrastación experimental. Ello explica que, junto a sus defensores, cuente entre la propia comunidad científica con un número mucho mayor de detractores. Por otro lado, también, y como sucede con toda teoría científica no importa cual sea su naturaleza, no son pocos los que la elevan al rango de religión o hacen curiosas connotaciones con teorías esotéricas como la cábala.

La propia formalización matemática requerida parece un obstáculo para su validez, pues todas las teorías físicas admitidas actualmente, al igual que todos los grandes descubrimientos de la Ciencia, no requieren de formalismos matemáticos complicados. Por el contrario, muestran una gran economía formal, un elevado grado de estética y comparten con las teorías matemáticas ciertos rasgos de simetrías y autosemejanzas.

Quizás ocurra también que aún no se dispone de las matemáticas adecuadas para tal formalización y puede que sea difícil encontrarlas. En opinión del ponente, desde comienzos del siglo XX se da una curiosa circunstancia. Hasta ese momento gran parte de los físicos más notables han sido, al mismo tiempo, grandes matemáticos no sólo en el sentido de su dominio de esta herramienta sino en el de sus aportaciones teóricas, aportaciones que además tenían la base de una realidad física que era el objeto de su estudio. Pero desde comienzos del siglo XX, y salvo contadas excepciones, los físicos han hecho un uso exhaustivo de la herramienta matemática ya desarrolla y, con cierto retraso, de la que los matemáticos

iban generando. Por otro lado, el interés de los matemáticos en sus líneas de investigación no siempre inciden en el campo de la física. Las modas juegan en este tema un papel clave.

Finalmente, la creatividad de la naturaleza, con su capacidad para producir constantemente nuevos seres y formas de organización, parece estar en contraposición con esa teoría unificada y cosificante.

En cualquier caso la aventura vale la pena en opinión del conferenciante, aunque no alcance su meta o tarde en alcanzarla. Los frutos del trabajo, al menos, serán abundantes y beneficiosos pues generarán un más profundo conocimiento de la Naturaleza.

El tema suscita una profunda reflexión de fondo sobre, por un lado, entre la interacción entre físicos y matemáticos y, por otro, sobre los mecanismos mediante los cuales ambos se aproximan a la realidad.

*Angel Sarabia*

*E.T.S.I. (ICAI), Universidad Comillas*

---

**[prosigue el DOCUMENTO MARCO]**

**SEMINARIO DE LA CÁTEDRA CTR**  
**SEGUNDA SESIÓN GENERAL**  
**CURSO 2005-2006**

---

**II**

**DOCUMENTO MARCO:**  
**El Universo, los universos físicos**  
**y los limbos matemáticos**

**ANGEL SARABIA,**  
**Catedrático en la Escuela Técnica**  
**Superior de Ingeniería (ICAI),**  
**Universidad Comillas**

---

**El Universo, los universos físicos y los limbos matemáticos**

**1. Sobre el título de la sesión**

Antes de entrar en el tema de esta sesión quiero dar un pequeño tributo de homenaje a cinco científicos, cuatro de ellos españoles, que, además de su relevancia científica son autores de textos cuya lectura es, a la vez, instructiva y amena. Lecturas que, en gran medida, son las fuentes de mi exposición. Comenzaré, por razón de cortesía, con el extranjero, el físico-químico belga Ilya Prigogine, premio Nobel de Química en 1970, creador de un concepto termodinámico revolucionario: el de las estructuras disipativas. En segundo lugar un emocionado recuerdo para dos personas buenas y matemáticos excepcionales, Albert Dou. S.J., del que fui ayudante en nuestra Escuela, y

Miguel de Guzmán, desgraciadamente fallecido, de la promoción anterior a la mía. Por último, Jorge Wagensberg, Profesor de la Universidad Central de Barcelona y Director del Museo de la Ciencia de esa ciudad y el Profesor de Física Teórica Antonio Fernández-Rañada, colaborador habitual de esta Cátedra.

El Profesor Fernández-Rañada es autor de un libro, "Los Científicos y Dios", cuya lectura les recomiendo vivamente. Cuando lo leí, después he asistido a alguna conferencia suya sobre ese mismo tema, quedé muy impresionado por la precisión, claridad y honestidad intelectual del mismo, pero también y guiado por una manía compulsiva, no es la única que tengo, de recopilar y estructurar datos, me dediqué a clasificar en lo posible una lista, ordenada alfabéticamente, de científicos a los que, en mayor o menor medida, hace alusión a lo largo del texto dedicándoles una descripción sucinta. Salvo error u omisión en la lista hay 33 físicos, ¡30 filósofos y/o teólogos!, 17 biólogos y/o naturalista, 16 químicos y bioquímicos, 9 cosmólogos y/o astrónomos, 2 geólogos, 9 digamos variopintos y, por último, 16 matemáticos.

Viniendo a mi memoria el tradicional, pero amistoso "pique", que en la Facultad de Ciencias manteníamos físicos y matemáticos, pensé: "Bueno, no quedamos mal, siendo un físico el autor del libro". Pero al repasar la lista con más detenimiento, observé que, salvo tres o cuatro de los 16, los otros, además de ser considerados como matemáticos por el autor, lo eran también por alguna o algunas otras facetas más relevantes cara al objetivo del libro: astrónomos, físicos, filósofos. Estoy hablando de personalidades como Descartes, Newton, Leibniz, Pascal, Laplace, Euler, Ampère, Poincaré, Russell, Turing, Penrose, etc.



Si bien el Profesor Fernández-Rañada hace notar que, dada su especialidad científica, para él son más conocidas las trayectorias profesionales y vitales de los grandes físicos que las de aquellos que han investigado otras parcelas de la naturaleza, me paré a pensar la razón por la cual, y dado que hay un número muy grande de matemáticos notables sin cuyas aportaciones la ciencia no estaría hoy en el lugar que ha alcanzado, aparecía un número tan reducido de matemáticos-matemáticos. No me costó gran esfuerzo encontrar una explicación a través de mi propia vivencia personal y de un chiste. Creo que el chiste es más clarificador.

Un hombre, que va en un globo y ha perdido los instrumentos de navegación, ve en una parcela debajo de él a otro hombre cavando la tierra. Cierra el gas, echa el ancla y pregunta: "Buen hombre, ¿puede decirme dónde estoy?". El otro, después de localizar el origen de la voz y tras pensar un rato, responde: "Está usted en un globo". El navegante, tras resistir la tentación de lanzarle un saco, le contesta: "Gracias; seguro que usted es un matemático". El de abajo no sale de su asombro: "¿Cómo lo ha sabido?". "Por tres razones", responde el de arriba. "Primera: antes de responder usted ha reflexionado. Segunda: su respuesta es incuestionablemente cierta. Tercera: no me sirve para nada". "Añada una cuarta", dice el de a pié. "Esto último me importa un bledo".

El chiste refleja una actitud muy común entre mis colegas matemáticos: para muchos matemáticos su actividad queda plenamente justificada con la creación de estructuras aritmético-lógicas rigurosamente fundamentadas en un conjunto de verdades matemáticas incuestionables, los axiomas. Que esa estructura permita o no explicar una parcela del mundo, es secundario. Yo mismo he participado de este punto de vista (fui adecuadamente deformado en la tristemente famosa escuela de los bourbakistas españoles), hasta que gracias a los ingenieros, que han intentado inculcarme su sentido pragmático de la

ciencia, he conseguido, tras arduos esfuerzos, perder el rigor lógico matemático sin ganar, a cambio, ese pragmatismo. ¡Qué le vamos a hacer!

Por eso, cuando desde la dirección de la Cátedra me propusieron, como título del tema de esta sesión, el de "Universos físicos y universos matemáticos", me pareció en primer lugar que, cuando se habla de universos, es porque hay una referencia más amplia, más absoluta y completa, a la que justamente corresponde un singular y una mayúscula como letra inicial. Por otro lado, los universos particulares son, según creo, visiones parciales de ese Universo único; pero los mundos matemáticos, como el Reino de los Cielos, no tienen por que ser de este mundo o, al menos, de este mundo natural, por cuanto al menos pertenecen al mundo de las ideas del que los crea. Por ello, en lugar de universos preferí llamarles limbos, y de ahí el título elegido. Afirmo Albert Dou, en sus *"Fundamentos de la Matemática"* (Labor, Barcelona, 1970) que *"las verdades teológicas son oscuras, las filosóficas son discutibles, las históricas dependen del poder e influencia de los gobiernos contemporáneos y las políticas están basadas en principios harto dudosos. Las verdades de la biología, incluyendo la medicina, son casi meramente empíricas y las de las ciencias sociales, económicas y psicológicas están basadas en la estadística y, en e mejor de los casos, representan una más o menos válida probabilidad. Incluso las verdades físico-químicas dejan mucho que desear, pues carecen de rigor y no pueden dar más que una buena aproximación, aunque si no somos demasiado exigentes ofrecen a menudo una aproximación que satisface completamente nuestros deseos. Las ciencias matemáticas son las únicas que ofrecen verdades que, por un lado, no son nada triviales y por otro alcanzan el ideal de verdad absoluta que el más exigente científico puede apetecer. Todo ello, añado yo, a la espera de una definición precisa, si es que ello es posible del concepto de verdad.*

## **2. El universo-limbo matemático de Pitágoras y sus secuaces y el rigor de Euclides.**

Se dice de Pitágoras que es el primer matemático puro y uno de los primeros astrónomos de quien se tiene información. Pitágoras (si es que existió realmente) vivió entre los años 569 a 475 a.C., y dedicó su vida al estudio de la ciencia, filosofía, matemáticas, poesía y música (se cuenta que era un buen tañedor de lira). Con Pitágoras, justo posterior a Tales de Mileto, quizás por primera y última vez en la historia, surge una concepción del Universo exclusivamente matemática.

Fundó una escuela que llegó a convertirse en una asociación cuasi religiosa, científica y filosófica, que se apoyaba en la inmortalidad del alma y la doctrina de la reencarnación, con un sistema educativo basado en la austeridad, la gimnasia, las matemáticas y la música. Lo mismo que ahora. A sus seguidores, entre las que también había mujeres, se les llamó *mathematikoi*, eran vegetarianos y no tenían posesiones personales, aunque también existían otros que tenían su propia casa y no eran vegetarianos. Todos los miembros debían observar un absoluto secreto de las discusiones y debates.

Los pitagóricos creían que la razón última de la realidad es de naturaleza matemática, que el mundo conocido podía ser explicado a partir de los números y de la geometría. De acuerdo a su filosofía, los números lo son todo. Eran incluso la causa de fenómenos naturales. La filosofía era para ellos un medio de purificación espiritual, a través de la cual el alma podía elevarse para unirse con lo divino. Creían que ciertos símbolos y números tienen significado místico. Es un alarde de humildad científica, poco común en nuestros días, atribuyeron al maestro todos sus hallazgos.

Se interesó por el concepto de número, triángulo y otras figuras matemáticas así como por la idea de la demostración abstracta. De esta manera dio a los números un valor abstracto que puede aplicarse a muchas circunstancias, de forma que todo tipo de relaciones podía ser reducido a relaciones numéricas.

Se le debe quizás la formalización de la que quizás sea la primera conexión conocida entre números y geometría. Es el bien conocido teorema de Pitágoras, que se enseña a los niños en las clases elementales de geometría.

*en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es la suma de los cuadrados de los catetos*

Pitágoras, se dice estaba tan contento con su descubrimiento del teorema que sacrificó cien bueyes a los dioses como una forma de agradecimiento.

Los pitagóricos, al formular este teorema, no hicieron sino generalizar una propiedad geométrica que, por supuesto, había sido aplicada por los egipcios y otros pueblos mesopotámicos en sus construcciones. De alguna forma también, son los autores de la primera "trampa" científica, pues al calcular la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos tienen longitud 1 obtenían el valor  $\sqrt{2}$ , un número que, al contrario de aquellos que manejaban y a los que atribuían propiedades a las que la Naturaleza ellos suponían se doblegaba, tiene la particularidad de no poder ser expresado como cociente de dos números enteros. Le dieron el adjetivo de irracional, se callaron como muertos y lo mandaron al baúl de los objetos raros, una práctica que, en todos los tiempos, los científicos de todas las ramas han seguido con más frecuencia de lo deseable. La generalización del teorema de Pitágoras, desemboca en la desigualdad de Cauchy-Schwarz para espacio vectoriales:

$$|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \geq |\vec{u} \cdot \vec{v}|$$

donde  $|\vec{u}|$  es el módulo del vector  $\vec{u}$  y  $|\vec{u} \cdot \vec{v}|$  es el valor absoluto del producto interior o correlación entre los dos vectores.

El universo ideado por Pitágoras consistía en una tierra esférica y situada al centro del universo y, alrededor de ella, los planetas, el Sol, la luna y las estrellas se mueven en órbitas circulares perfectas, con velocidades uniformes. Las estrellas estaban en la parte interna de una esfera celestial gigante y de cristal que rotaba en torno a un eje que pasaba a través del centro de la tierra. Los planetas eran arrastrados por el movimiento de una esfera celestial propia cuyo movimiento se oponía al de la esfera celeste. También reconoció que la órbita de la luna estaba inclinada y fue uno de los primeros en establecer que Venus es la misma estrella de las mañanas y tardes.

Quizás la razón por la que Pitágoras crea este universo, más matemático que físico, radique en la aspiración griega de la perfección. Pitágoras era un filósofo que creía en la perfección y si el universo es perfecto sus componentes deben serlo también en su forma y movimientos. Ya que el círculo es la curva perfecta y la esfera el sólido perfecto, se desprende en forma natural que los cuerpos estelares, incluyendo la tierra, deben ser esferas.

Un aspecto menos conocido de Pitágoras está relacionado con los intervalos musicales y su afición a la lira. Se cuenta que caminando en su ciudad pasó cerca de una herrería y escuchó el sonido de los diferentes martillos golpeando el metal creyendo encontrar una armonía en la música de estos martillos. Nada extraño: en los conocidos martinetes bailar y cantar se acompañan solamente de un martilleo acompasado. Observó así que las cuerdas vibrantes poseen tonos armoniosos cuando la relación de sus longitudes son números enteros, estableciendo así el concepto de armonía musical.

Luego se permitió una pirueta al extender esta idea de los armónicos al todo el Universo: el sol, la luna y los planetas en sus órbitas crearán una armonía celestial, igual que los largos de la cuerda del arpa crean una armonía musical. El aire ocupaba todo el universo, y al ser perturbado por el movimiento de los cuerpos celestiales produciría notas musicales, de forma que el Universo, como una inmensa lira de cuerdas circulares, interpretaba por toda la eternidad un concierto celestial: "*La armonía de las esferas*". La asignación los intervalos musicales variaba según cada autor, pero todos coincidían que la nota más grave era producida por la Luna, a la que correspondía la órbita más cercana a la tierra, y la más aguda por el círculo de estrellas que eran el más lejano, en una concepción poética cuyo testigo recogió 2400 años después Stanley Kubrick en su "*2001: una odisea espacial*". Esta armonía sólo era parcialmente escuchada por un reducido grupo de adeptos, pero se dice que tan sólo el propio Pitágoras podía realmente escuchar la música de las estrellas.

Ya que las notas musicales dependen del largo de las cuerdas que las producen, estas dan cuenta del tamaño del universo. Eso permitió a Pitágoras asignar una distancia de la Tierra a la Luna - la cual era una nota - igual a 126.000 estadios (un estadio es alrededor de una décima de una milla un poco menos de 200 metros). Por lo tanto la distancia desde la tierra al sol sería 3 veces y media aquella distancia. El Universo pitagórico es un universo geométrico, en el que no se daba explicación alguna del porqué del movimiento de sus componentes, salvo una referencia a una especie de motor supremo.

Sólo se le conoce un discípulo, Arquitas de Tarento (400 - 350 a. JC), que resolvió el problema de la duplicación del cubo e inventó la polea, siendo el primero en aplicar la física a la mecánica.

Euclides es harina de otro costal. En primer lugar, recogió la herencia de Eudoxo (408 - 335 a. JC), que junto a él es el más grande de los matemáticos griegos, aunque poco conocido a pesar de ser autor de una teoría de las proporciones precursora de la fundamental teoría de las cortaduras de Dedekind y del primer algoritmo infinito conocido, extraordinariamente fecundo en el cálculo exacto de áreas y volúmenes. En segundo lugar, en sus "Elementos", la obra monumental que constituye su legado, se recoge con una economía intelectual y un rigor científico que tan sólo ha sido superado por los matemáticos de los últimos ciento cincuenta años, todo el saber matemático disperso en aquel tiempo. Es un trabajo asombroso e inconcebible, siglos por delante de su época. Pero es un trabajo estrictamente matemático, un limbo no una cosmología. Al principio de dicho trabajo se formulan dos grupos de cinco axiomas: los cinco del primer grupo son generales, los cinco del segundo, conocidos como los *postulados de Euclides*, afectan sólo y exclusivamente al carácter geométrico de los Elementos. El postulado número cinco

*Si una secante corta a dos rectas formando a un lado ángulos interiores cuya suma es menor de dos rectos, las dos rectas suficientemente prolongadas se cortan en ese mismo lado.*

ha dado lugar a una controversia histórica en razón a su posible dependencia de los cuatro primeros, resuelta a favor de la independencia y por tanto de la necesidad del quinto postulado para disponer de un conjunto completo y coherente de axiomas, pero el quinto axioma del grupo primero

*El todo es mayor ( o contiene) a cada una de sus partes*

que, junto al principio del tercio excluido de la lógica aristotélica, esto es, el que nos dice que una cosa es algo o no es ese algo, **A o noA**, constituyen dos de las bases del modo de razonamiento occidental, no así del oriental, también ha levantado su correspondiente polvareda en los últimos años, con la aparición de la lógica borrosa.

Los griegos no sólo crearon una matemática amplia, coherente y profunda, sino que, además, fueron plenamente conscientes del razonar matemático y de la naturaleza abstracta de los objetos estudiados. Su sentido de la física, tal como hoy la entendemos, fue en cambio, tuvo menos alcance y profundidad. Si yo no me olvido de algo importante, debo citar a Arquímedes y a su principio y me parece que no hay ninguna ley de carácter general enunciada por ellos y que haya permanecido incólume hasta nuestros días. Pero todavía nos queda hablar de sus filósofos.

### **3.- Los universos físicos de los griegos**

¿Cómo ha evolucionado la concepción de la realidad hasta hoy? Si pudiéramos responder adecuadamente quizás pudiéramos comprender el verdadero significado de nuestra consciencia como humanos y nuestra evolución en este mundo "real" que nos rodea, y quizás, solo quizás, entreveamos un pequeño fulgor de esa otra realidad que también está ahí.

Comienzo aclarando que entiendo por universo físico cualquier interpretación de la naturaleza basada en la razón y contrastable mediante la observación y el experimento, que pretende, a través del descubrimiento de reglas generales a las que la Naturaleza se pliegue, obtener representaciones ordenadas del Universo; un objetivo cuya raíz hay que buscarla en el afán del hombre por dominar la naturaleza y alcanzar la plenitud de los dioses.

Un afán que le es innato, como demuestran los hallazgos arqueológicos, y del que queda constancia "escrita" en sus habitáculos y en los documentos que, con muy diverso soporte y mecanismos de "escritura", nos han legado nuestros antepasados. Es notable observar que todas las antiguas religiones y mitologías, desde el lejano Oriente hasta las europeas y americanas prehispanicas, nos han dejado descripciones de la creación que presentan esta visión integradora de la



actividad humana y de los fenómenos naturales, de forma que, dentro de una lógica particular, todo tiene una explicación y un porqué y donde una estructura única engloba todo lo percibido, como una sola unidad que se desarrolla en orden a una finalidad.

La historia y la antropología nos enseñan que los pueblos más primitivos, por muy rudimentaria que fuera la tecnología que utilizasen, tenían una visión global del Universo, en el que se sentían integrados y en el que jugaban un papel, que en muchos casos era el de víctimas de fuerzas desconocidas e incontrolables, pero siempre activo y dotado de finalidad. Los textos literarios de muchas de aquellas civilizaciones nos describen también la lucha del hombre por controlar esas fuerzas y alcanzar la plenitud de los dioses y los obstáculos que a ello se oponían.

La Biblia cuenta como Adán y Eva rechazan el paraíso que Dios les había gratuitamente entregado, la Creación entera, por su afán de comer de la fruta del "árbol del bien y del mal" que les llevaría a ser como su propio Creador. La construcción de la torre de Babel, también descrita en la Biblia, la leyenda que relata la epopeya del héroe mesopotámico Gilgamés (en la que, por cierto, se recoge una versión del diluvio universal), la historia del héroe persa Rustem, o el mito griego de Prometeo, son ejemplos de esa lucha de los hombres por ser dueños de su destino. Los castigos de los dioses y la existencia en esas concepciones mitológicas de algunos monstruos aparecen como ejemplos de esas fuerzas oscuras, ídolos de todo tipo, que se oponen a la plenitud del hombre.

La misma Biblia recoge de la tradición babilónica las figuras de dos monstruos interesantes desde la perspectiva de esta lección: las de Behemoth y Leviatán. El primero rige la tierra y cambia de forma constantemente, pues cada

una de sus partes componentes busca crecer a costa de cualquier otra parte del animal: es el símbolo del no-estado. El segundo, representado por un cocodrilo, gobierna las aguas y es, por el contrario, el símbolo del estado férreo. Ambos son negaciones paradigmáticas de la concepción sistémica del mundo a la que más adelante nos referiremos. No es difícil identificar a uno y otro respectivamente con las figuras de *el libre mercado* de los neoliberales y del *Gran Inquisidor* de los “Hermanos Karamazov” de Dostoyeski o del *Gran Hermano* de la “Rebelión en la Granja” de Orwell, que pretenden imponernos leyes tan inexorables en un caso como en el otro

En un plano que nos es mucho más próximo, por la influencia directa que tienen en nuestra actual civilización occidental, es importante resaltar como las diferentes concepciones sobre el Hombre y el Universo desarrolladas por los filósofos griegos, con independencia de la escuela que fundaran o a la que pertenecieran, tienen también en común esa perspectiva global, que integraba en un todo los hombres, el universo físico y las ideas. Las grandes religiones monoteístas y los diferentes humanismos que, nacidos algunos hace ya más de tres mil años, han tenido una mayor influencia en el desarrollo de los individuos y de las sociedades se caracterizan también por una visión integrada, de la que participaba colectivamente la sociedad en la que cada una de ellas estaba implantada. Todo tenía un sentido, todo se explicaba, en muchos casos mediante formulaciones a las que ahora llamaríamos mitos, leyendas o cuentos.

Tras esta quizás demasiado larga disquisición es preciso volver a nuestra reflexión central. Esos universos, no importa en qué momento hayan sido elaborados, suponen una comprensión de la naturaleza y, en consecuencia, una comprensión del conocimiento acumulado sobre la misma.

La filosofía, como actitud vital interrogadora, razonable y racional, de la Naturaleza surge en Grecia, concretamente en Mileto, donde los pensadores de la Escuela de ese nombre, comenzando por el más famoso de todos, Tales, y su discípulo Anaximandro, comenzaron a elaborar una ontología o teoría del ser (metafísica, según el término aristotélico, estudio de la realidad que está más al fondo, más profunda que la apariencia física). Ellos fueron los creadores de la física, o filosofía de la naturaleza, preguntándose e intentando responder por la verdadera esencia de las cosas, además de por el origen de los fenómenos y elementos naturales.

Desde el primer momento también, diferentes concepciones entran en conflicto. A dos grandes filósofos griegos, Parménides y Heráclito, y unos 500 años a.C., se les debe dos de estas percepciones en su momento consideradas duales y que, en buena medida, son las directrices de las grandes líneas de pensamiento de los científicos de todos los tiempos.

Para Heráclito de Éfeso (540 - 470 a. C.), que opinaba que Pitágoras era un impostor y un charlatán, todo fluye, nada permanece. Este constante fluir explica que la esencia de las cosas es el devenir, entendido como una tensión entre contrarios que da lugar al movimiento. Según él, el devenir rige el Universo, pero no de manera caótica sino ordenada y precisa. Lo más importante de las cosas y de la realidad es su fugacidad, lo mutable y fluyente, lo que hace que ya no sean lo mismo sin ser todavía algo nuevo. Por ello, los sentidos nos engañan: lo que nos muestran es sólo una parte de lo que ha sido. Y también lo que permite, en definitiva, presumir de donjuán a un pánfilo como yo al afirmar, sin mentir, que cada noche duermo con una mujer distinta.

Parménides de Elea (540 - 470 a.C.) es el otro polo. Para él, lo único que tenía existencia real es el ser: nada cambia, aunque lo parezca. El ser es uno, universal y siempre el mismo, no conoce el devenir ni el perecer. Lo real, no

nace, no se muere, no cambia y no se mueve. Una filosofía conservadora en la que lo que caracteriza a las cosas es lo que tienen de inmutable..

A diferencia de la filosofía del Extremo Oriente en la que la dualidad es percibida como raíz del ser, la idea de dualidad, de elementos duales, aparece en la filosofía griega, desde el primer instante con Anaximandro, pero no como aspectos complementarios de la realidad sino como elementos en conflictos. La dualidad entre el ser de Parménides y el devenir de Heráclito, esa mezcla de permanencia y cambio que nos resulta tan familiar, ha sido extraordinariamente fecunda para la filosofía y para la ciencia. Desde las decantaciones hacia uno u otro extremo hasta los intentos de encontrar un compromiso. Y también en esto los griegos fueron los primeros. Demócrito (460 - 370 a.C.) propone que las cosas están constituidas por pequeños corpúsculos invisibles y de gran dureza, los átomos, que son lo permanente, mientras que el cambio y el azar surgen de las colisiones entre ellos. Azar y Necesidad, las dos ideas más importantes producidas por la ciencia.

Los filósofos griegos, en especial Platón y Aristóteles, analizaron con agudeza y profundidad las implicaciones filosóficas de las matemáticas y de la física y dejaron la semilla del árbol que, con insospechada fuerza brotaría, 1800 años después.

Como si se tratara de la traca final de un castillo de fuegos de artificio aparece la figura de Arquímedes de Siracusa (287 - 212 a.C.). En mi opinión le corresponde con todo honor ser el primer personaje que es a la vez físico (el principio hidrostático que lleva su nombre), matemático (cálculo del número  $\pi$  entre  $22/7$  y  $221/71$ , cálculo del volumen y superficie de esfera y cilindro y creación de la espiral que también lleva su nombre) e ingeniero (se le atribuyen más de 40 inventos mecánicos: la rueda dentada, el tornillo sin fin, máquinas para elevar agua, palancas, catapultas, etc).

#### **4. Tiempo muerto hasta el siglo XV.**

Matemáticos, filósofos, historiadores, arquitectos, poetas, dramaturgos,.. Una pléyade intelectual en muchos aspectos inigualada en nuestros tiempos. Y, de pronto, todo ese mundo se viene abajo. Es el tiempo de Roma. Pero a veces pienso que hay que agradecer a los prosaicos romanos que acabaran con la creatividad griega, pues gracias a ello todavía nos quedan cosas por descubrir.

Los romanos no fueron científicos: fueron ingenieros y legisladores y desarrollaron los mecanismos técnicos y legales necesarios para extender, gobernar, controlar y exprimir adecuadamente su descomunal imperio.

Durante 1500 años la ciencia toda queda latente en el mundo occidental. Los avances son de naturaleza empírica. En la cultura oriental aparecen los matemáticos, médicos y filósofos judíos, árabes y persas: Maimónides, Averroes, Avizena. A uno de ellos, Mohammad Ibn Musa, Al Juwarismi (780 - 850) debemos los fundamentos del álgebra y el concepto de algoritmo. En Occidente aparecen las figuras de San Alberto Magno, Santo Tomás de Aquino, Ramón Llull, y Leonardo de Pisa, más conocido como Fibonacci, y poco más en el campo de la ciencia. La tecnología, sobre todo la metalúrgica y la naval, alcanzan un nivel sobresaliente, aunque el conocimiento es puramente empírico. Pero en los conventos y universidades del mundo occidental se está gestando la explosión que se inicia en el siglo XVI.

Otro inciso. Desde la perspectiva de una cosmovisión del Universo y de un sentido de la vida para el Hombre, la Universidad medieval fue grande y fuerte por la independencia de su pensamiento, por su sentido universal e integrador de civilización, porque el conocimiento de las Artes y las Ciencias,

agrupados en el Trivium y Cuatrivium, se transmitía como una unidad y porque fue adecuada a su tiempo y a su sociedad. Estas universidades hacían honor a su nombre: todo el saber, toda la ciencia, están orientados hacia la Verdad con mayúscula, no hacia las pequeñas verdades particulares, dando sentido a todas las actividades humanas, que aparecían así como parte integrante del Universo, lo “orientado a lo único”. Estas universidades, cuyo método científico era, en muchos casos, poco o nada riguroso desde la perspectiva cartesiana que analizaremos a continuación, presentaban, por el contrario, una auténtica cosmovisión, una visión global de su Universo percibido.

Llama la atención que, en los últimos cinco siglos y hasta no hace muchos años, sólo hayamos sido capaces de matizar las antiguas concepciones cósmicas y sólo en algunos casos, lo que en el fondo quizás no sea tan escaso logro, llevar a la práctica algunos de sus más nobles planteamientos. Es notable que en todos estas cosmovisiones, anteriores al Renacimiento, la trascendencia y profundidad del pensamiento que las sostiene están muy por encima del nivel tecnológico de la sociedad en la que aparecen: un ejemplo claro en el que la razón práctica prevalecía sobre la razón técnica. Posiblemente no es en vano que las palabras maquinar y maquinación tengan una connotación peyorativa incluso en nuestros tiempos.

## **5. El renacer de la Ciencia**

En la segunda mitad del siglo XV surge el genio de Leonardo da Vinci, y ya en el siglo XVI aparecen las figuras de los astrónomos Nicolás Copérnico (1473 - 1543), Tycho Brahé (1546 - 1601), Galileo Galilei (1564 - 1642) y Johannes Kepler (1571 - 1630) que rompen, no sin dejarse pelos en la gatera, con la concepción geocéntrica medieval y van abonando el terreno a Newton.

La historia de la Humanidad está jalonada por unos pocos hitos en los que, por coincidir una serie de circunstancias políticas, culturales, científicas y tecnológicas, el pensamiento humano alcanza una cima en su proceso de evolución y el Hombre tiene la sensación de haber encontrado el camino definitivo en su búsqueda de la Verdad.

Cada uno de estos hitos, no siempre percibido en el momento de producirse, simbolizado y representado por un paradigma, marca unas pautas de pensamiento y genera un fructífero proceso de evolución en todos los órdenes de la actividad humana. Son situaciones a las que el escritor austríaco Stephan Zweig denomina momentos estelares de la Humanidad.

Una de estas cumbres del pensamiento humano, que surge en circunstancias, de alguna forma, simétricas a las vivimos actualmente, hija del espíritu universalista de la alta edad media, se concreta en el siglo XVII, cuando, como resultado de un cúmulo de causas diversas, René Descartes (1596 - 1650), que había integrado en su *Geometría Analítica* la visión geométrica de los griegos con la algebraica de los árabes, publica en 1637 su “**Discurso del Método**”, una pequeña pero trascendental obra sobre la epistemología de la Ciencia. Realmente tanto en la historia como en pensamiento humano hay un antes y un después del famoso "Discurso". Este método, que durante tres siglos marcó férreamente las pautas del pensamiento científico, se fundamenta en sus cuatro famosos preceptos de evidencia, reduccionismo, causalidad y exhaustividad.

La duda racional es la primera característica del pensamiento cartesiano; todo es cuestionado, salvo el propio sujeto racional, que basa en esa duda, y en la posibilidad de superarla, la razón de su existencia. **Pienso, luego existo**

(*cogito, ergo sum*). Y de esa duda no escapan ni siquiera los otros sujetos pensantes.

Alrededor de esta piedra angular se construye el nuevo edificio de la Ciencia. Hay un antes y un después de Descartes. Los universos físicos anteriores a Descartes eran complexivos de todo el Universo en todas sus facetas, no sólo de las meramente materiales. Después de Descartes, estos universos responden en su elaboración al cumplimiento de tres principios, objetividad, inteligibilidad y dialéctico, que hacen del conocimiento científico una forma específica de conocimiento, diferente, pero no excluyente, del artístico y del religioso.

La validez de un universo físico está directamente ligada a su coherencia con el hecho natural observado y comprendido, es decir, su comprobación experimental, y alcanza una máxima validez cuando es susceptible de una formalización matemática. En este sentido, la coherencia conceptual de un universo o teoría física presupone la de un universo o teoría matemática que pueda formalizarla. Y de hecho, hasta comienzos del siglo XIX matemáticas y física fueron de la mano. Grandes físicos y grandes matemáticos a la vez.

Hay que citar a Pierre de Fermat (1601 - 1665) y Blaise Pascal (1623 - 1662). En sus ratos libres, Fermat descubrió su principio óptico, trabajó en la teoría de números (recuérdese su famosa conjetura, resuelta hace muy pocos años. Pascal descubrió el principio hidráulico que lleva su nombre, inventó la prensa hidráulica y la jeringa, diseñó y construyó la primera calculadora mecánica, inició el análisis combinatorio y, junto con Fermat, sentó las bases del cálculo de probabilidades, de la teoría de los juegos y de lo que fue la base para la formulación del cálculo infinitesimal. Pascal es además un escritor, un



pensador y un teólogo: supo integrar de forma maravillosa el conocimiento científico con el artístico y el religioso.

Pero el gran físico del siglo XVII es Isaac Newton (1642 - 1727). El honor matemático ha de compartirlo con Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716) que, en cambio, le supera como filósofo. En el período entre 1665 y 1666, Newton descubrió su método de aproximación por series, el cálculo diferencial, el cálculo integral, la ley de la gravedad y otras cuantas aportaciones a la Física y las Matemáticas.

Desde este momento, el desarrollo de la ciencia fue espectacular, influyendo dramáticamente, junto a una creciente tecnología, en la vida de los seres humanos, pues los descubrimientos científicos, trascendiendo el ámbito cerrado de la ciencia, afectan a la imagen misma del universo. La revolución científica que nace de Newton, supone el nacimiento de una nueva racionalidad en orden a comprender, y por tanto dominar, la naturaleza, que se nos aparece como sujeta a leyes universales, inmutables y eternas, por las cuales todo lo que ocurre puede ser explicado, pues, conforme a estas leyes, la naturaleza se comporta como un autómata programado que funciona eternamente de acuerdo con dicho programa, programa que es recuperable hacia el pasado o predecible tanto como se quiera hacia el futuro: conociendo esas leyes y el estado actual de la naturaleza, el pasado y el futuro están a nuestro alcance. El tiempo es un mero parámetro, una ilusión filosófica y una aberración vital.

Los avances que la Ciencia y la Humanidad deben a este paradigma son espectaculares y conocidos por todos, conformando en gran medida, junto con el humanismo cristiano, las modernas sociedades occidentales. La meta del Hombre de comprender y dominar la naturaleza parece alcanzada: la razón, apoyada en la lógica del silogismo y en la poderosa herramienta matemática

que está surgiendo en paralelo, parece dar cuenta de todo y el aforismo cartesiano “*pienso, luego existo*” parece dar el sentido de la existencia humana.

El papel de honor que juega Newton en el siglo XVII lo asume, tanto en el plano de la Física como en el de la Matemática, Leonhard Euler (1707 - 1783) en el XVIII. Abordó todos los campos de la matemática conocida: el cálculo infinitesimal, el cálculo de series, inició el análisis de variable compleja, descubrió la constante que lleva su nombre, muchas funciones, es el autor de la simbología actual de muchas constantes y del concepto de función e inició el estudio de las redes o grafos. Aplicó sus descubrimientos matemáticos a la Astronomía y a la Mecánica, dando forma definitiva a la mecánica newtoniana.

A partir del siglo XIX se produce una nueva ramificación. Las matemáticas, hasta ahora medio instrumental de la física, adquieren carta de naturaleza propia. Sigue habiendo grandes matemáticos que hacen aportaciones importantes a la física, pero que han pasado a la historia como matemáticos, y grandes físicos a los que les ocurre lo contrario. Si acaso la figura de Carl Friedrich Gauss (1777 - 1855), sin duda el más grande matemático de la Historia, podría todavía estar en la línea de Newton y Euler pues hizo aportaciones muy importantes al magnetismo (la unidad cegesimal de inducción electromagnética es el gauss). Pero ha pasado a la historia por sus aportaciones matemáticas: puso las bases a la notación actual y las bases rigurosas del análisis complejo, desarrolló el método de los mínimos cuadrados y avances esenciales en el campo de la estadística y del cálculo numérico y jugó el papel clave tanto en el desarrollo de las geometrías no euclídeas como en la percepción de una matemática susceptible de desarrollo al margen de cuestiones físicas. Profundamente religioso y obsesionado por el rigor y elegancia de las demostraciones. Tiene relativamente pocas publicaciones, pues su lema era "*Pauca, sed matura*" (pocas, pero maduras). Como además repetía sus

comunicaciones, en ellas había pocas referencias pues casi todo era original y no escribía en inglés, en estos tiempos hubiera tenido dificultades para llegar a catedrático.

En fin, fruto tanto del reduccionismo cartesiano como del impresionante desarrollo experimentado por estas dos ramas de la ciencia, a partir de ahora físicos y matemáticos marcharán por caminos independientes que, afortunadamente, se cruzarán con frecuencia.

## **6. Los caminos separados de la matemática.**

La formulación inicial del cálculo infinitesimal por Newton y Leibniz, origen del moderno Análisis Matemático, es fundamentalmente intuicionista. Continuado por J.B. Fourier (1758 - 1830), corresponde a Cauchy (1789 - 1857) y Karl Weierstrass (1815 - 1897), además de sus contribuciones particulares, el mérito de aportarle el rigor que caracteriza al desarrollo del análisis matemático.

¿Saben qué animal es aquel que partiendo de un punto N camina 10 Km hacia el sur, luego otros 2 hacia el oeste y, finalmente, tras recorrer otros 10 hacia el norte vuelve a encontrarse en el punto N?. Se trata de un oso polar y el punto N es el polo norte. El oso ha recorrido un triángulo esférico y, si dibujan el camino sobre una pelota, comprobarán que dicho triángulo tiene más de 180 grados. No es ninguna contradicción con la geometría euclídea, que establece que la suma de los ángulos de un triángulo es 180 grados, es simplemente otra geometría, la geometría esférica, la geometría que puede interesar a navegantes y astrónomos. Un recuerdo para Friedrich Bessel (1784 - 1846).

Ambas geometrías, la euclídea y la esférica, son geometrías intuitivas, tienen como base la observación directa de la naturaleza. Pero en los primeros años del siglo XIX surgen una serie de geometrías no euclídeas que, mostrando coherencia en sus axiomas de partida y en sus resultados, pierden este contacto directo con la naturaleza observable. Son las geometrías de Gauss, N. Lobachevski (1793 - 1856), J. Bolyai (1802 -1860) y, sobre todo, la de B. Riemann (1826 - 1866). La consecuencia de sus trabajos es la relativización de la geometría: carece de sentido preguntar qué geometría es la verdadera. Riemann formula además las bases de la teoría de la medida, que da sentido, entre otros, al cálculo de las integrales definidas. El hecho de que en un intervalo increíblemente corto de tiempo surjan todas estas geometrías no euclídeas, que tienen su continuación en el espacio-tiempo de Minkowski que está en la base de la teoría einsteniana de la relatividad, es algo absolutamente sorprendente y plantea la cuestión de las modas en la ciencia. Su equivalente, un siglo más tarde, en el mundo de la Física lo constituye la física de las partículas elementales.

N. Abel (1802-1827) y E. Galois (1812-1832) mueren prematuramente, por tuberculosis el primero, en un duelo estúpido el segundo, pero tienen tiempo para sentar las bases de las estructuras algebraicas, un trabajo que culmina David Hilbert (1862 - 1943). G. Boole (1815 -1864) formaliza la lógica aristotélica del  $A$  o  $\neg A$  en el álgebra que lleva su nombre, una lógica de dos valores en la que toda proposición es cierta o es falsa, y que es la base lógica de toda la matemática, o al menos de la mayor parte por lo que diré más tarde, y que estructuró definitivamente G. Cantor (1845 - 1918), el creador de la Teoría de Conjuntos, de una famosa paradoja lógica y del llamado conjunto de Cantor, el primer objeto fractal conocido, un objeto cuya dimensión está entre 0 y 1.

Los trabajos iniciales Fermat y Pascal en el campo de las probabilidades, se ven continuados por los Bernoulli, Poisson, Laplace, Gauss, Markov, Wiener, etc., pero corresponde a A. N. Kolmogorov (1903 - ) la formulación de la axiomática que ha permitido en los últimos 70 años el desarrollo de las aplicaciones estadísticas en todos los campos de actividad humana.

Henri Poincaré (1854 - 1912) es una figura clave en las líneas por las que deambulas ahora matemáticos. Entre otras muchas, su principal contribución a la Matemática y a la Física es la Teoría de los Sistemas Dinámicos.

Ya en el siglo XIX se inicia la controversia acerca de la naturaleza de las matemáticas y del concepto de verdad matemática. Las tres doctrinas sobre los fundamentos de la matemática son

- el **logicismo**, que considera la matemática como una parte de la lógica, reduce los conceptos matemáticos a conceptos lógicos. Es por supuesto el punto de vista de Aristoteles y Santo Tomás, pero también el de Descartes, Leibniz, y toda una serie de grandes matemáticos: G. Frege (1848 - 1925), J. Peano (1858 - 1932), A. Whitehead (1861 - 1947) y B. Russell (1872 - 1970). Los logicistas introducen en las matemáticas las paradojas que, tras conmover los fundamentos de las matemáticas, han sido, junto con las geometrías no euclídeas, las grandes impulsoras de su desarrollo. El antecedente de la lógica borrosa lo encontramos en las paradojas de las autorreferencias de Russell. Son afirmaciones del tipo "*un cretense dice que todos los cretenses son mentirosos*". En el pueblo en cuya única barbería se anuncia "*Afeitado a todos los vecinos que no se afeitan a sí mismos, y sólo a ellos*", ¿quién afeita al barbero?

- el **formalismo** tiene su principal valedor en D. Hilbert (1862 - 1943). Fundamenta el desarrollo de la matemática en la formulación de un sistema de axiomas consistente, es decir, completo, independiente y coherente y en una deducción de consecuencias fundamentalmente simbólica. Es una teoría de la

demostración que, al margen de toda realidad física, permite a Hilbert hablar de metamatemática. Como tal teoría no ha tenido éxito pleno, pues como decía Brouwer, un intuicionista, "una teoría errónea, aunque no se la coja en contradicción no por eso deja de ser errónea; ni más ni menos que una acción criminal, aunque no sea condenada en juicio, no por ello deja de ser criminal. Obviamente, el formalismo es preponderante en el campo de la algorítmica informática.

- el *intuicionismo*, que encuentra el fundamento matemático en la experiencia: busca lo que haya y descubre lo que encuentra en su actividad constructiva, pero ateniéndose a la realidad que está hay dentro en la misma conciencia. Partiendo de L. Kronecker (1823 - 1891) y E. Borel, tiene sus máximos exponentes en A. Heyting y E. Weyl y, por encima de todos, en L. Brouwer.

David Hilbert, contemporáneo de Einstein, compartía con éste, el ideal de una fundamentación única de la Matemática. Einstein no lo consiguió, aunque los físicos siguen a la búsqueda de una teoría unificadora. Hilbert no sólo no lo consiguió sino que su sueño es imposible. El gran fruto de la controversia entre las distintas concepciones sobre el fundamento de la Matemática, es el teorema de incomplitud o indecibilidad de Kurt Gödel (1906 - 1978) por el que todo sistema formal de axiomas y lógica deductiva, a partir del nivel de complejidad de la aritmética elemental, incluye afirmaciones con sentido lógico acerca de cuya verdad o falsedad el sistema no puede llegar a conclusión alguna: ninguna teoría puede ser a la vez completa y consistente. El teorema, quizás el más importantes de toda la historia de la Matemática por su trascendencia, pone así límites a la validez absoluta de toda construcción lógica matemática y, en mi opinión y como consecuencia, a toda teoría científica, y menos aún una teoría de la naturaleza, que pretenda estar matemáticamente fundamentada.

## 7. El panorama actual de la Matemática

La Teoría de los Sistemas Dinámicos, iniciada por Poincaré, llevó a la consideración de los llamados *sistemas caóticos* y al cuestionamiento de la capacidad de los modelos matemáticos para predecir correctamente el comportamiento de los fenómenos naturales, cuya principal característica es la complejidad. Y no digamos de los sistemas sociales. Así que, en lugar de limitar el análisis de dichos fenómenos a sus aspectos cuantitativos, objetivo que puede resultar o imposible o sujeto a un error de difícil medida, se amplía a los aspectos cualitativos de dichos fenómenos. Una matemática a la vez de la cualidad y de la cantidad.

La extensión natural de estos sistemas dinámicos es la Teoría General de Sistemas, paradigma de un estudio de la realidad complementario del cartesiano, pues en lugar de estudiar los sistemas analizando sus componentes, estudia el resultado de los objetos que surgen de la interacción de varios sistemas que se agrupan para constituir sistemas de mayor nivel de complejidad. Son sistemas en lo que tiene vigencia el llamado principio de sinergia: el todo tiene propiedades que no se deducen de las propiedades inherentes a ninguna de sus partes. La Teoría General de Sistemas es una teoría inter y multidisciplinar, donde matemáticos, físicos, químicos, biólogos, naturalistas, ingenieros, sociólogos, .... tienen mucho que decir. Es una teoría en la que el determinismo y causalismo cartesiano saltan por los aires, ante la existencia de bucles de causalidad entre las diferentes componentes de un sistema.

En mi opinión, en la matemática actual predomina más el intuicionismo que el formalismo. Y me atrevería a introducir un nuevo término: el de una matemática analógica, que me parece más adecuado que el inteligencia

artificial, que surgió de las expectativas creadas por la creciente potencia de cálculo de los ordenadores, y que sugiere que las máquinas pueden llegar a tener una inteligencia parecida a la humana.

Esta nueva forma de ver la matemática tiene varias líneas de desarrollo:

1. El estudio de sistemas dinámicos, caóticos o no, con todo su acompañamiento de estructuras fractales, puertas de entrada al caos y atractores extraños.

2. Los modelos de simulación que, gracias al ordenador, permiten analizar la evolución de un sistema complejo, muchas veces no formalizable o de formalización difícilmente inteligible incluso para expertos, ante diferentes escenarios o condiciones externas imaginables.

3. Los algoritmos heurísticos inteligentes, algoritmos de optimización que imitan diferentes comportamientos de la naturaleza para mejorar la ejecución de un sistema cara a un objetivo dado. Algunos de éstos son los algoritmos genéticos, los métodos de búsqueda tabú y los de recocido simulado, las colonias de hormigas y todo un sinfín de ingeniosas variantes. Son métodos muy intuitivos con una formalización matemática poco complicada. Tienen la ventaja de la fácil interpretabilidad de sus resultados y el inconveniente de todo método heurístico que es la no garantía de que el resultado que proporcionan sea el mejor. Aunque en todo caso suele ser satisfactorio.

4. Las redes neuronales artificiales se han mostrado como excelentes herramientas de previsión emulando el comportamiento del cerebro humano.

5. Las lógicas multivaloradas que el mismo Russell comenzó a desarrollar, sin atreverse a publicar sus resultados, tuvieron su primera concreción en la formulación por el polaco J. Lukasiewicz de la que hoy se conoce como lógica borrosa que, junto a la propuesta de conjuntos borrosos hecha en los años 60 por el Lofti Zadeh, rompe con la lógica booleana al prescindir del principio del tercio excluso y graduar el concepto de verdad de



una proposición. Soportada por una axiomática estricta, experimenta un desarrollo espectacular tanto en el campo teórico como en sus aplicaciones. Mucho más próxima a la intuición humana que la booleana-aristotélica, prescinde de la precisión a cambio de una mayor comprensión y adecuación a problemas complejos. Es una lógica de grises para un mundo lleno de matices que, sorprendentemente, ha conseguido mejorar la inteligencia maquina de modo mucho más efectivo que la lógica fuerte booleana.

6 La topología aplicada fundamentalmente a la teoría de las redes y a problemas relacionados con la física.

7 El tratamiento de datos, tanto los de tipo masivo como los de tipo simbólico.

8 La profundización en modelos de la teoría de juegos, iniciados por Von Neumann y Nash, y de la decisión multicriterio.

## **8. Los caminos separados de la matemática.**

Me parece importante recalcar como las evoluciones de la Física y de la Matemática han seguido caminos similares. Pues de la misma forma que el Cálculo Diferencial fue puesto en un brete por la incipiente formulación del Cálculo de Probabilidades, la Mecánica comenzó a ser cuestionada por la Termodinámica. Posteriormente la idea de entropía ve nacer casi en paralelo la teoría de los sistemas dinámicos y el principio de incertidumbre surge en paralelo con el de las lógicas multivaloradas, que alcanzan su culminación con la aparición y desarrollo de la lógica borrosa. En paralelo también, la visión analítica, pero reductora, del cartesianismo se ve complementada por la percepción globalizadora de la Teoría de los Sistemas.

Pero como en la Matemática, las modas y los intereses inmediatos de la política, de la sociedad y de las organizaciones de todo tipo que están

directamente afectados por sus hallazgos, marcan muchas veces las líneas a seguir, pues son ellas las fuentes de financiación de la investigación.

Me resulta menos familiar la evolución de la Física que la de la Matemática. Para mí, el siglo XIX viene marcado por el auge del electromagnetismo gracias a Michel Faraday (1791- 1867) y, sobre todo, de James Maxwell (1831 - 1879), quizás el mayor físico de su siglo, uno de los padres también de la mecánica estadística junto a Josiah Gibbs (1839 - 1903) y Ludwig Boltzmann (1844 - 1906). Corresponde a este último completar con la visión probabilística de la entropía la construcción científica de la termodinámica.

Y el siglo XX tiene para mí en el campo de la física una figura apasionante, la de Albert Einstein (1879 - 1955), creador de la Teoría de la Relatividad y uno de los padres de la física cuántica. Junto a él, la figura de Max Planck (1858 - 1947), el pionero de la física cuántica.

### **a) La Teoría Especial de la Relatividad (TER)**

Basándose en los trabajos de algunos físicos que le precedieron, como Lorentz, Albert Einstein escribió en 1905 dos de sus famosos artículos que resumían lo esencial de la Teoría Especial de la Relatividad, en aquellos momentos, simplemente Teoría de la Relatividad. Era una revisión, inicialmente de carácter de la mecánica clásica de Newton, apoyada en el espacio-tiempo de Minkowski, tiene un delicioso olorillo a geometría. Una teoría de la relatividad basada en un absoluto: la velocidad  $c$  de la luz es un parámetro constante, tal como probó el famoso experimento de Michelson confirmando la conclusión de Einstein.

Para que la velocidad de la luz sea infranqueable y sigan cuadrando las cosas es necesario que a velocidades cercanas a  $c$  pasen cosas tan extrañas como que los cuerpos se acorten, la marcha del tiempo se reduzca y las masas se incrementen. De todo esto también se deducía, en uno de los artículos de Einstein de 1905, que la energía y la masa son equivalentes, lo que acabó formulando más adelante en su famosa e inmortal fórmula:  $E = mc^2$ .

## **b) La Teoría General de la Relatividad (TGR)**

Aunque la TER está ampliamente contrastada por todo tipo de experimentos, no encajaba bien con la presencia de campos gravitatorios, por lo que Einstein trabajó a fondo intentando formular una teoría más general que sí fuera compatible con la gravedad.

Como resultado de ello, en 1916 publicó la Teoría General de la Relatividad, que englobaba a la anterior. La TGR,; se hizo popular entre los matemáticos, lo que era visto con verdadero y justificado espanto por su autor, que manifestaba que desde que los matemáticos la manipulaban ni él mismo la entendía.

La TGR propone dos hipótesis originales: primero, que la presencia de una masa tiene el efecto de curvar el espacio-tiempo de Minkowski, y segundo, que la inercia hace que se viaje en “línea recta” en este espacio-tiempo, siendo realmente estas líneas rectas las geodésicas de este espacio-tiempo curvado, es decir los caminos más cortos.

También ha sido rotundamente verificada de forma experimental. Actualmente, el sistema de localización por satélite GPS necesita de la TGR para obtener el nivel de precisión requerido.

### **c) La Mecánica Cuántica (MC)**

Lo mismo que ocurrió en el campo de las matemáticas con el surgimiento de las geometrías no euclídeas, justamente con el comienzo del siglo XX se produce la eclosión de la Mecánica Cuántica. En 1900, Max Planck desarrolla una formulación matemática que explicaba los resultados experimentales observados en la emisión de radiación por parte de lo que se llamaba un “cuerpo negro”.

Para ello tuvo que considerar que la radiación se emitía en cuantos discretos de energía. Es decir, no se podía emitir una cantidad cualquiera de energía, tenía que ser un múltiplo entero de una determinada cantidad. Esto supuso la creación de una nueva teoría física revolucionaria: La Mecánica Cuántica.

Después de Plank, hay una larga lista de físicos que trabajan en este campo. Los más notables, o al menos de los que conozco algo más que sus nombres, son Wolfgang Pauli (1900 - 1958), Erwin Schrödinger (1887 - 1961), Werner Heisenberg (1901 - 1976) y Paul Dirac (1902 - 1984).

La MC está matemáticamente fundamentada en los espacios de Hilbert y basada sobre unas hipótesis sorprendentes:

a) Tanto la materia como la energía tienen un doble comportamiento como partícula y como onda, por lo que toda partícula tiene asociada una frecuencia propia de su “personalidad” de onda.

b) La energía siempre se presenta en múltiplos enteros de unas cantidades mínimas que dependen de la frecuencia.

c) Cada vez que medimos algo de una partícula, su estado cambia irremisiblemente, dependiendo de la naturaleza de la medida efectuada, y no

necesariamente del hecho físico de la medición. Esto hace que nos sea imposible medir con precisión ciertos pares de valores como son su posición y su velocidad. Es el *Principio de Incertidumbre* de Heisenberg.

De hecho, hay conceptos clásicos, como el de posición, que no existen de forma precisa para una partícula. La posición de una partícula realmente es una distribución de probabilidades de dónde se puede encontrar. Esto nos lleva a un indeterminismo de la naturaleza y a la introducción del concepto de aleatoriedad, lo que Einstein negaba diciendo que “Dios no juega a los dados”.

Publicaremos más adelante otro artículo en el que entraremos algo más en detalle sobre estas increíbles afirmaciones. Por el momento, valga decir que a pesar de su increíble apariencia, la MC describe con asombrosa precisión el comportamiento de las partículas elementales.

#### **d) El Modelo Estándar de la Física de Partículas (MEFP)**

Cuando la mecánica cuántica estaba en el proceso de su creación sólo se tenía certeza de la existencia de tres partículas: el electrón, el protón y el neutrón. De ellas se sabía que sus cargas eléctricas eran  $-1$ ,  $+1$  y  $0$ , respectivamente, y que las masas del neutrón y el protón eran casi iguales y mucho mayores que las del electrón. Se sabía que los átomos estaban formados por un núcleo con protones y neutrones y una capa externa de electrones.

En 1931 Paul Dirac llegó a la conclusión de que para toda partícula elemental tenía que existir una antipartícula, con idénticas propiedades pero con carga opuesta. Por ejemplo, tenía que existir una antipartícula para el electrón, el positrón, cuya carga es  $+1$ . Esta hipótesis fue posteriormente comprobada en los aceleradores de partículas. Ante ese descubrimiento, Dirac dijo: “¡mi ecuación es más inteligente que su inventor!”

La MC establece cómo se comportan las partículas elementales, que para cada partícula ha de existir una antipartícula y que las fuerzas se transmiten por partículas portadoras pero no dice nada sobre qué partículas y qué fuerzas son las que existen en la naturaleza.

Gracias a los aceleradores de partículas se ha conseguido en los últimos 50 años identificar cuáles son estas partículas y fuerzas. En esa época la situación llegó a ser exasperante: se habían encontrado decenas de partículas elementales diferentes con todo tipo de propiedades. Hasta que Murray Gell-Man propuso una teoría, por la que recibió el premio Nobel, en la que postuló que existían unas partículas elementales, a las que llamó *Quarks*, que pueden unirse de tres en tres para formar protones y neutrones o de dos en dos para formar otros muchos tipos de partículas como los piones y kaones. Esto redujo mucho el número de partículas diferentes, lo que supongo dejaría satisfecho a Julius Openheimer que, hastiado por el continuo descubrimiento de nuevas partículas con derecho a Premio Nobel, llegó a afirmar que dicho galardón debería ser concedido a cualquier físico que no hubiera descubierto partícula alguna. La teoría de los quarks está plenamente comprobada y, gracias a ella, ha sido posible una teoría coherente de la fuerza nuclear fuerte.

Todos estos descubrimientos llevaron a la formulación del Modelo Estándar de la Física de Partículas, una teoría que establece cuáles son todas las partículas y fuerzas que existen en la naturaleza y cuáles son sus propiedades.

El MEFP nos dice que los fermiones (partículas que forman la materia) se descomponen en tres familias y que cada familia consta de un electrón, un neutrino y dos quarks. Realmente, a los “electrones” de las otras dos familias se les llama “muón” y “tau”. Son partículas idénticas al electrón, salvo que de mayor masa. Además de estas 12 partículas, existen las correspondientes 12 antipartículas: positrón, antineutrino y antiquarks en cada una de las familias.

El MEFP confirma también que existen tres fuerzas fundamentales en la naturaleza: la *electrodébil* ( resultante de la unificación de la fuerza nuclear débil y de la fuerza electromagnética) que se transmite por el fotón (bosón de la fuerza electromagnética) y los bosones débiles  $W^+$ ,  $W^-$  y  $Z$  (descubiertos por Stephen. Weinberg y Abdus Salam); la *nuclear fuerte* que se transmite por 8 tipos de partículas llamadas gluones, y la *gravitatoria* que no acaba de encajar con las anteriores. Si llegara a hacerlo, se transmitiría por una supuesta partícula que no hemos podido ver hasta ahora llamada “gravitón”, predicha por Dirac

#### e) **La Teoría Cuántica de Campos (TCC)**

Lo que hemos contado sobre la MC es sumamente extraño, pero aún hay más cosas raras. Resulta que continuamente se están creando partículas virtuales por todas partes. Por ejemplo, para analizar el camino de un electrón entre unos puntos A y B debemos considerar la posibilidad de que vaya en línea recta tal cual, pero debemos también analizar todo tipo de posibilidades, como que a medio camino salga de él un fotón y que luego vuelva, e incluso posibilidades más extrañas.

Esto, junto al hecho de que la mecánica cuántica en su formulación original no tiene en cuenta los efectos relativistas, motivó un desarrollo posterior de la mecánica cuántica en lo que se denominaron teorías cuánticas de campos (TCC). Realmente existen dos teorías cuánticas de campo. La más consolidada es la ElectroDinámica Cuántica (EDC), que es probablemente la teoría física más precisa que existe en la actualidad, debida inicialmente a Dirac y actualizada después por Richard Feynmann (1918 - 1988), que detalla la interacción de las partículas de la fuerza electrodébil y la CromoDinámica Cuántica (CDC), mucho más moderna, que detalla la interacción de las partículas con la fuerza nuclear fuerte y que, aunque ampliamente aceptada, todavía no ha podido ser totalmente verificada.

## 9. El panorama de la Física actual

En mi opinión hay dos grandes líneas de trabajo en la física actual, una básicamente experimental, la otra fundamentalmente teórica.

La de carácter más experimental se preocupa por los problemas energéticos y ambientales. La física moderna utiliza la teoría de la relatividad general para estudiar los objetos grandes y pesados o veloces, como las estrellas y las galaxias; y la mecánica cuántica para lo más pequeño.

La relatividad general describe la más familiar de todas las fuerzas: la gravedad. La mecánica cuántica explica las otras tres: la fuerza nuclear fuerte, que es la responsable de unir los protones y los neutrones dentro de los átomos; la fuerza electromagnética, que produce luz, electricidad y atracción magnética; y la fuerza nuclear débil, que causa un tipo de desintegración radioactiva llamado  $\beta$  (beta). El sueño de Einstein de unificar todas las fuerzas en una sola teoría ha sido hasta ahora irrealizable.

La teoría del Big Bang defiende que todo el Universo procede de materia muy concentrada, que en un momento dado explotó dando lugar a las estrellas, galaxias y planetas. Los físicos de partículas creían que si se retrocede hasta justo después del Big Bang, el electromagnetismo y la fuerza nuclear débil se unen en una fuerza “electrodébil”. Si se retrocediera todavía más, ésta se uniría con la fuerza nuclear fuerte dando lugar a una “superfuerza”. Y en el momento de la gran explosión se unirían a su vez con la fuerza gravitatoria. La idea precursora de la teoría del Big Bang fue la teoría del "núcleo primordial" propuesta inicialmente por el sacerdote francés Lemaître, modificada en 1948 por el físico ruso nacionalizado norteamericano George Gamow, el cual planteó que el universo nació de una explosión gigantesca y que los diversos elementos



que hoy se observan se produjeran durante los minutos iniciales posteriores a la misma. La prueba matemática de la existencia de esa tal explosión fue aportada por el archiconocido Stephen Hawking y por el menos conocido, pero quizás más importante desde el punto de vista científico, Roger Penrose.

La teoría del Big Bang (Gran Explosión) sobre el origen del universo fue propuesta hace unos 50 años y pronto se convirtió en el dogma del pensamiento evolucionista, aunque desde el principio tuvo sus detractores (los astrónomos Fred Hoyle, Geoffrey Burbidge y Halton Arp, el nobel danés Hannes Alfvén). Según esta teoría, hace unos 15 0 20 mil millones de años toda la materia y energía del universo estaba comprimida en un huevo cósmico, una bola de plasma compuesta de radiación y partículas subatómicas. Bien, los físicos le dan a esto el nombre de singularidad en el espacio-tiempo, un punto en el espacio y en el tiempo en el que ninguna de las leyes conocidas de la física se cumple. Así que resuelta de forma tan cartesiana y rigurosa la dificultad y una vez producida la explosión (el petardazo) las leyes físicas pueden entrar en juego y tratar de explicar los mecanismos a través de los cuales se fue formando el Universo que conocemos.

El Big Bang es hoy en día la más aceptada de las teorías sobre el nacimiento y evolución de nuestro universo, soportando aceptablemente todas las críticas teóricas y experimentales que se le han planteado (la verificación del fallo del llamado Principio Cosmológico que postula que la distribución de las galaxias es uniforme o el descubrimiento de racimos de galaxias que hubieran precisado para su formación de un tiempo superior a la antigüedad que el Big Bang supone al universo) y superado como explicación satisfactoria a otras teorías alternativas como la del Universo Estacionario, de F. Hoyle. También han surgido teorías e hipótesis, como la de la Masa Oscura Fría (MOF) en apoyo del Big Bang.

En el último siglo se ha conseguido un relativamente alto conocimiento en nuestra comprensión de la naturaleza, de las partículas más elementales de las que estamos hechos y de la estructura general del Universo, aunque a veces no parece que nos sirva de gran cosa.

Sin embargo, en este momento la situación es muy peculiar. Nuestro conocimiento del universo se basa en dos teorías sumamente bellas, avanzadas y precisas en sus predicciones: La Teoría General de la Relatividad (TGR) y la Teoría Cuántica de Campos (TCC), pero estas dos teorías son incompatibles.

Para completar este panorama, debemos añadir el Modelo Estándar de la Física de Partículas (MEFP), que nos dice cuáles son las partículas que forman el Universo. Podríamos decir que esas tres patas constituyen nuestro conocimiento (incompleto) sobre la Física fundamental de nuestro universo.

## **10. La búsqueda de una Teoría de Gravedad Cuántica (TGC)**

De forma natural, una comprensión plena del Universo requiere una teoría universal, única, una Teoría de Todo. Nuestro conocimiento actual sobre lo más fundamental de nuestra naturaleza está resumido en el Modelo Estándar de la Física de Partículas y en dos grandes teorías cuasiunificadoras. Por una parte, la Teoría Cuántica de Campos que ofrece una visión unificada de tres de las cuatro fuerzas fundamentales que se encuentran en la Naturaleza: la fuerza electromagnética, la interacción nuclear débil y la interacción nuclear fuerte. De otra, la Teoría General de la Relatividad que da cumplida explicación de la otra fuerza, la gravitación. Son las teorías de lo pequeño y de lo grande, del microscopio y del telescopio respectivamente.

El gran problema es que la TGR y la TCC son incompatibles, aunque la TER lo sea con ambas. Algo sorprendente desde la óptica de la lógica fuerte

booleana. La TCC ofrece cálculos precisos de todo lo que ocurre en el reino de lo muy, muy pequeño. En presencia de grandes campos gravitatorios como son las estrellas, la TGR nos da resultados impecables. El problema es que si queremos hacer un cálculo sobre lo que les ocurre a las partículas elementales en presencia de grandes campos gravitatorios, como sería el caso de los agujeros negros, las dos teorías ofrecen resultados dispares y no compatibles. La TCC supone un espacio-tiempo no curvado y no sabemos cómo encajarla en el espacio-tiempo curvado de la TGR. Y ésta es una teoría continua en la que no tienen cabida los cuantos de la TCC. No hay una teoría que incluya a las dos y permita eliminar esa incompatibilidad. Conseguir dicha teoría unificadora, que sería una Teoría de Gravedad Cuántica (TGC), es el gran reto de la física actual. En estos momentos existen dos candidatos a una TGC. La Teoría de Cuerdas (TC) y su evolución la Teoría-M (TM) y la Gravedad Cuántica de Bucles (GCB). La TC es más popular y algo más antigua. Podríamos decir que la TC es la evolución de la TCC para poder incluir a la TGR y que la GCB es la evolución de la TGR para poder incluir a la TCC.

Uno de los grandes problemas a los que se enfrenta la TCC es que supone que las partículas elementales no tienen dimensión alguna. Es decir, que son puntuales, infinitamente pequeñas. Esto genera un enorme problema en los cálculos. La TC elimina este problema suponiendo que las partículas son realmente unas cuerdecitas. En algunas versiones de la TC se las supone cuerdas con sus extremos libres y en otras versiones se las supone cuerdas cerradas. La moderna extensión de la TC es la TM, de 1995, y establece no sólo la existencia de cuerdas unidimensionales, sino la de elementos de dimensión dos y superior llamados n-branas (las cuerdas serían 1-branas).

La TC y la TM necesitan que nuestro espacio tenga diez dimensiones espaciales en lugar de tres y que el MEFP sea ampliado por un modelo mayor,

el *modelo de supersimetría* que establece la existencia de un “supercompañero”, hasta ahora nunca observado, para cada fermión y cada bosón. Para que pueda haber siete nuevas dimensiones espaciales nunca vistas es necesario suponer que éstas están curvadas y que son de tamaño muy pequeño. Un concepto abstracto, pero totalmente factible.

La CGB, por otro lado, nos dice que tanto el espacio como el tiempo no son continuos, sino discretos. Es decir, que existe un “tamaño” de volumen mínimo y un “paso” de tiempo mínimo indescomponibles. Lo más interesante de la CGB es que establece que el espacio-tiempo es una red de unos elementos mínimos llamados espines. La materia pasa a ser un estado de estos espines, no siendo algo diferente del propio espacio. Estos espines ya fueron postulados por primera vez por Roger Penrose en su teoría de los twistors. La GCB no necesita de más dimensiones ni de *supersimetría*, aunque sería compatible con su posible existencia. De hecho, es posible que la TM y la GCB acaben siendo ambas correctas y compatibles. Podría ser que las branas de la TM sean conjuntos de espines y que la GCB sea un marco más profundo para la TM. Ambas tienen en común una formulación matemática abstrusa y complicada, lo que, como matemático me resulta preocupante.

La comunidad física se encuentra bastante dividida entre los partidarios de una u otra de estas teorías y los absolutamente escépticos respecto a las dos e, incluso a que una tal teoría unificadora sea posible, que creo son mayoría.

## **10. ¿Cómo ve un matemático esta situación?**

Quiero hacer notar como, generalmente, los universos físicos llevan a sus creadores a manifestarse, en uno u otro sentido, acerca de lo que de trascendente tiene el Universo, es decir, a manifestarse sobre el sentido último de la vida. No ocurre tal cosa con los creadores de limbos matemáticos. Habitualmente, un matemático no suele dar a sus hallazgos una especial

trascendencia. Aunque no se resisten, cuando son creyentes, a crear una imagen de Dios a su imagen y semejanza matemática.

Volvamos a Pitágoras, a su teorema y a su generalización que es la desigualdad de Cauchy-Schwarz para espacio vectoriales:

$$|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \geq |\vec{u} \cdot \vec{v}|$$

Para Bart Kosko, uno de los grandes teóricos y practicantes de la lógica borrosa, del que más adelante volveré a hablar, en esta desigualdad está la raíz de todos los principios de incertidumbre asociados a los sistemas lineales temporalmente invariantes, es decir, cuya estructura no cambia demasiado deprisa, entre los que habría que incluir el de Heisenberg y el relacionado con el coeficiente de correlación de Pearson, ambos tan nombrados como mal conocidos y utilizados.

Pienso que tanto el principio de incertidumbre de Heisenberg como la existencia de partículas y antipartículas debería animar a los físicos a entrar no sólo en el mundo de la probabilidad, cosa que han hecho aunque con demasiada cautela, sino también en el mundo de las lógicas multivaloradas, en especial en el de la lógica borrosa.

Por lo que se refiere a la búsqueda de una Teoría del Todo unificadora, la cuestión es si tal búsqueda tiene sentido en lo que a la consecución de su objetivo final se refiere: explicar y predecir todo lo que sucede o sucederá en el Universo. A ello se oponen no sólo los propios principios de incertidumbre de la Física, sino también el hecho de que si toda teoría física tiene que estar soportada por una teoría matemática, en orden a una efectiva capacidad explicativa y predictiva, dicha teoría matemática debe ser también universal.

El problema es que, de acuerdo con el teorema de indecibilidad lógica de Kurt Gödel, en cualquier teoría matemática (las teorías matemáticas no exigen ningún tipo de coherencia con la naturaleza sino con un correcto, desde el punto de vista lógico, conjunto de axiomas) hay cuestiones acerca de las cuales la teoría no puede establecer su veracidad o falsedad, por lo que ninguna teoría física que se apoye en ellas puede tener el grado de universalidad deseado.

Por otro lado, ni la Teoría de las Cuerdas ni ninguno de los otros intentos de teorías unificadoras han conseguido la más mínima contrastación experimental. Ello explica que, junto a sus defensores, cuente entre la propia comunidad científica con bastantes más detractores. También, y como sucede con toda teoría científica, no son pocos los que la elevan al rango de religión.

La propia formalización matemática requerida parece un obstáculo para su validez, pues todas las teorías físicas admitidas actualmente, al igual que todos los grandes descubrimientos de la Ciencia, no requieren de formalismos matemáticos complicados. Por el contrario, muestran una gran economía formal, un elevado grado de estética..... y unos conceptos muy profundos tras esa sencillez. Acaso ocurra que las matemáticas necesarias para formalizar esa hipotética teoría unificadora no hayan sido descubiertas todavía y su consecución sea uno de los objetivos de los matemáticos de este siglo. Pero veo una dificultad en ello: y es que los matemáticos no tienen en la actualidad mucho interés en la Física, de forma que seguirán, ciertamente, desarrollando matemáticas pero soy más bien escéptico a que esos desarrollos puedan ser de utilidad a las nuevas teorías físicas. Sinceramente, espero equivocarme.

Finalmente, la creatividad de la naturaleza, con su capacidad para producir constantemente nuevos seres y formas de organización, parece estar en contraposición con esa teoría unificada y cosificante.

Y otra vez Pitágoras. El modelo pitagórico plantea relaciones interesantes con los modelos cosmológicos que hoy día prevalecen. En los modelos de Pitágoras , por ejemplo, las esferas giran y no hay una explicación para este movimiento. El mismo fenómeno ocurre en los modelos cosmológicos de hoy, por ejemplo, se sabe que existe un campo magnético intergaláctico, es decir, que se extiende desde una galaxia a otra, que está, como mencionaba Pitágoras con respecto al aire, incrustado en todo el espacio. No existe hoy una

explicación coherente para la presencia de ese campo magnético. Existen, por supuesto, teorías que intentan explicarlo.

Otro aspecto interesante de la cosmovisión pitagórica es la geometría. Tal como se dijo antes, los modelos geométricos del universo, la teoría de las cuerdas es de esta naturaleza, son hoy el camino más investigado.

Finalmente, hay otra analogía con el modelo de Pitágoras. Se refiere a la armonía de las esferas. La teoría de la relatividad general inventada por Einstein en 1915 predice, entre otras cosas, que un cuerpo orbitando alrededor de otro, por ejemplo el caso de la tierra orbitando alrededor del sol, emite ondas, estas ondas se denominan ondas gravitacionales. Estas ondas gravitacionales, como se afirmó, son un producto lógico e ineludible de la teoría de Einstein. En verdad entonces, existe "un sonido" emitido por los cuerpos que orbitan.

Volviendo a la Teoría de las Cuerdas, y si se me permite una gran licencia de lenguaje, viene a sostener que las cuerdas, vibrando y bailando según diferentes pautas, serían el origen de las partículas fundamentales de la naturaleza y, juntas, interpretarían la sinfonía del "nuevo universo". Al igual que cuando me acuerdo de mi padre, y recordando ahora a Pitágoras y sus esferas, pienso que a lo mejor los dos viejos tenían razón en muchas cosas. En todo caso, aunque sólo se trate de fantasías, es divertido escucharlas y, ¡ qué caray!, si "non e vero, e ben trovato".

**Muchas gracias.**

***ANGEL SARABIA***

***Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad Comillas.***